

2025年度 河川技術シンポジウム

(S3-3:降雨流出・洪水・氾濫予測, 避難)

一次元不定流解析へのPINNs適用による 多地点水位データ同化手法の検討

○渡辺 健¹・入江 政安¹・井口 真生子²

¹大阪大学 大学院工学研究科 地球総合工学専攻

²(株) ハイドロ総合技術研究所



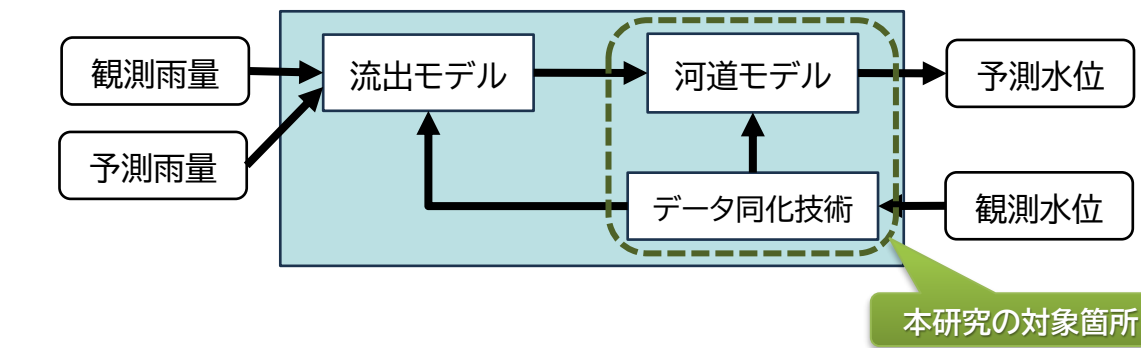
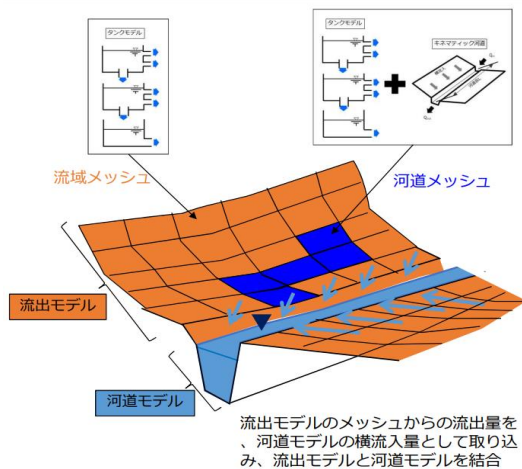
School/Graduate School of Engineering,
Osaka University



～ 洪水時の河川水位予測モデルと観測水位のデータ同化 ～

主要な河川水位予測モデルの概要

- 流出モデル＋河道モデル＋データ同化により、河川の縦断水位を予測
 - ⇒ その他、AI予測手法も予測対象は観測水位データが存在する地点の予測
 - ⇒ 河川縦断水位予測には、予測水位・流量を境界条件とした1次元不定流計算等が必要



(国交省, "国による洪水の予測技術について", 2021年)

現在よく用いられる観測水位データ同化手法と課題点

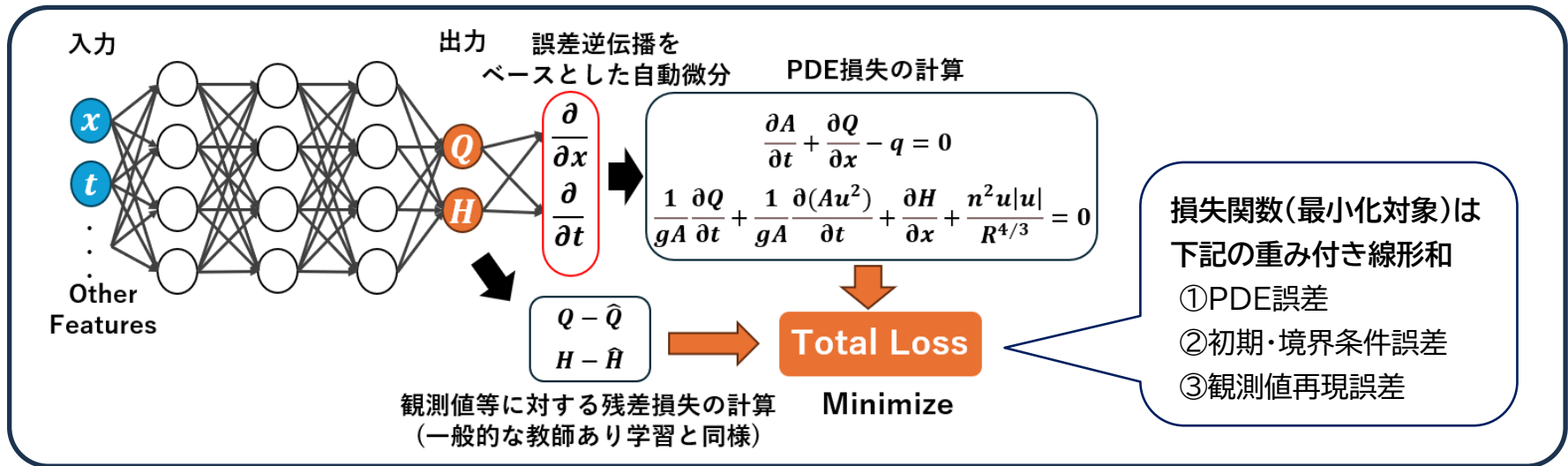
分類	主な手法	メリット	デメリット
逐次型	- 粒子フィルタ - EnKF	- 実装が比較的容易 - 並列計算によるオンライン適用性	- 計算負荷が高い - 過去結果との整合性
非逐次型	アジョイント法 (4次元変分法)	- 過去結果との整合性 - 多変数に対する正確な逆解析	- 並列化に要工夫(オンライン適用性) - 実装が煩雑

～ 河道モデルへのPINNs適用 ～

PINNs(Physics Informed Neural Networks)の概要

- Neural Networkの損失関数に物理拘束式(偏微分方程式等)の残差項を追加した手法
- NNでは、入出力変数間の偏微分が自動微分により容易に計算可能なことを利用

PINNsの概要図



主なメリット

- 学習データが必須ではない (差分法等と同様に初期・境界条件から求解可能)
- メッシュフリー
- データ同化・逆解析対象(地点やパラメータ種別)の変更が柔軟&簡便
- 境界条件を含んだ学習による高速推論

～ 河道モデルへのPINNs適用 ～

一次元不定流解析に対するPINNsの定式化(連続式と運動方程式)

- 連続式と運動方程式がPDE(Partial differential equation)損失の対象
- 縦断水位とエネルギー勾配算出式中の粗度係数が主なデータ同化・逆解析対象

<矩形断面・横流入無し>

連続式

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uBh)}{\partial x} = 0$$

<一般断面・横流入あり>

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$

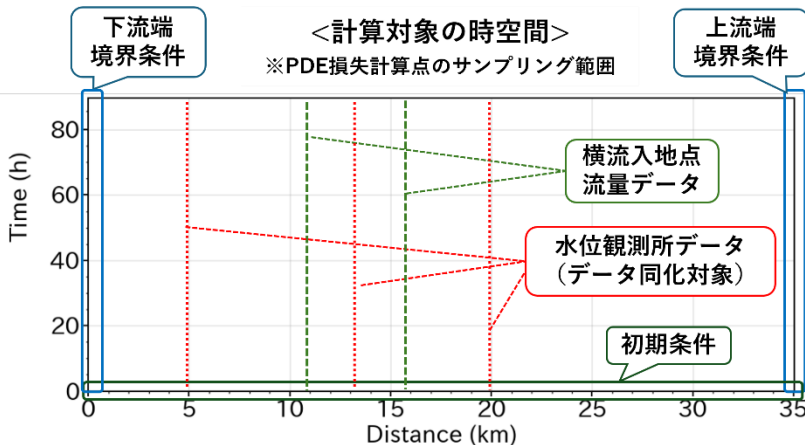
運動方程式

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{g} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} + I_f = 0$$

$$\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA} \frac{\partial(Au^2)}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} + I_f = 0$$

<マンニング式> $I_f = \left(\frac{nu}{R^{2/3}} \right)^2$

Q : 流量
 q : 横流入量(単位幅)
 A : 河積
 B : 川幅(矩形前提)
 H : 水位(水深+河床高)
 I_f : エネルギー勾配
 u : 断面平均流速
 h : 水深
 R : 径深
 n : マニングの粗度係数
 g : 重力加速度



総損失

$$J(\theta) = w_f J_f(\theta) + \sum_j w_j J_j(\theta)$$

PDE損失

$$w_f J_f(\theta) = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} \sum_{\alpha \in \{a,b\}} w_f^\alpha |r_f^\alpha(x^i, t^i, \theta)|^2$$

$$J_j(\theta) = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} |\hat{\phi}_j(x^i, t^i, \theta) - \phi_j(x^i, t^i)|^2$$

初期値・境界値・観測値
の二乗残差損失

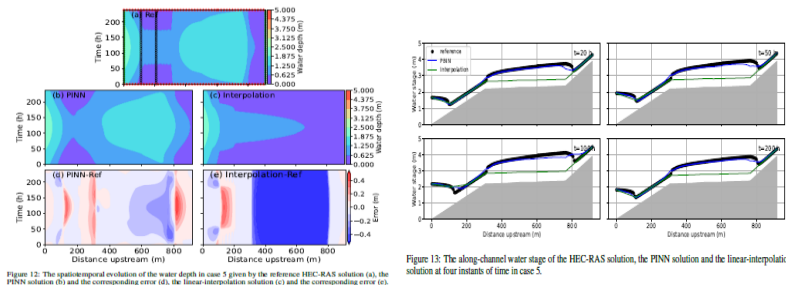
J : 損失項
 w : 重み係数
 N : サンプル点数
 r : PDE残差
 ϕ : 水位・流量(真値)
 $\hat{\phi}$: 水位・流量(NN推定値)
 θ : パラメータ
 (NN重み・粗度係数)

～ 本研究の概要 ～

背景課題

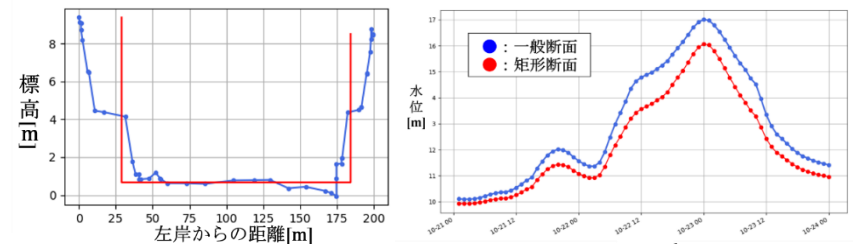
- Failure modesの存在など、PINNsの安定収束可否は対象問題に依存
- 1D不定流へのPINNs適用は、(現状)矩形断面/横流入無し条件の報告のみ
- 実河川における適用報告例も少なく、発展途上の状況

<矩形断面/横流入無しの適用事例>



(“Physics-Informed Neural Network of the saint-venant equations for downscaling a large-scale river model”, Dongyu et al., *Water Resour. Res.*, 2023.)

<矩形近似時の有限差分法(FDM)計算差異(大和川)>



実用化に向けて一般断面への対応は必須

本研究の目的

- 一般河道断面・横流入あり条件へ適用可能なPINNsモデルの開発
- 開発モデルの順解析に対する精度検証(FDMとの比較)
- 開発モデルの多地点水位データ同化・逆解析の性能検証(河道粗度係数)

～ PINNsモデルの開発 ～

一般断面(横流入あり)の1次元不定流計算に適用可能なPINNsモデルを開発

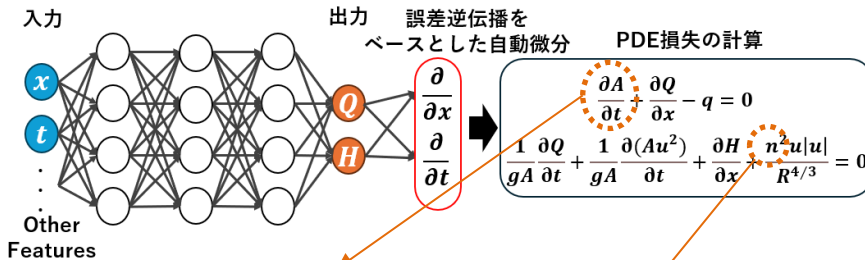
- 河積の偏微分計算には水位を用いてチェインルールを適用
- 単純なPINNs適用では安定収束しなかったため、いくつかの手法改良を導入

開発モデルの概要

- ・ 一般断面に対応
(対象変数:流速: u , 水深: $h \Rightarrow$ 流量: Q , 水位: H)
- ・ 横流入に対応
- ・ 区間別の粗度係数設定に対応

手法の主な改良点

1. 学習計算フローの改良
(等流推定値による初期化学習過程を追加)
2. 横流入箇所のパDEサンプリング間隔の変更
3. Position Encodingの導入
4. Stan活性化関数の導入



$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial H} \cdot \frac{\partial H}{\partial t}$$

設定断面ごとに
固有のため事前計算

DNNの自動微分で計算

$$n_i = \alpha_i \cdot n$$

GPU並列化と区間内での粗度係数共有のため、if分岐ではなくone-hot係数ベクトル α により各断面の粗度係数を表現

<1. 学習計算フローの改良>

追加

上流端流量を用いた
等流計算値の教師あり学習

PDE損失等に対する
通常のPINNs最適化学習

～ 順解析に対する適用性検証 ～

対象河川:加古川(1.4k～36.4k区間)

- ・ 上流端:板波 / 下流端:藍屋
- ・ 横流入は3か所

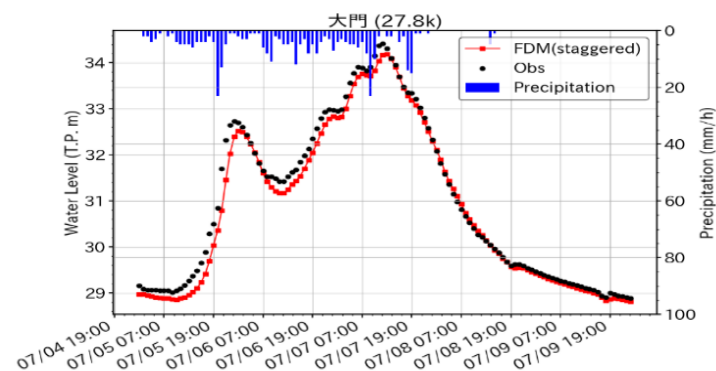
<観測所等位置図>



<(FDM)一次元不定流計算条件>

項目	設定値
対象区間	1.4k～36.4k (35km区間)
河道断面設定幅	約200m (計: 176断面)
境界条件	上流端: 板波観測流量 下流端: 藍屋観測水位
横流入条件	東条川 (25.4k): 古川第二観測流量 万願寺川 (21.4k): 万願寺観測流量 美嚢川 (15.8k): 別所橋観測流量
粗度係数	(Section.1) 30.0k～36.4k: 0.040 (Section.2) 21.8k～30.0k: 0.039 (Section.3) 16.0k～21.8k: 0.035 (Section.4) 9.0k～16.0k: 0.030 (Section.5) 2.0k～9.0k: 0.029 (Section.6) 1.4k～2.0k: 0.028

<FDM計算結果例(地点水位)>



～ 順解析に対する適用性検証 ～

<PINNs順解析の比較検証ケース>

Case	1.初期化学習過程の適用	2. 横流入箇所のサンプリング間隔変更	3. Position Encodingの導入	4. Stan活性化関数の導入
PINNs-Case1	○	○	○	○
PINNs-Case2	×	○	○	○
PINNs-Case3	○	×	○	○
PINNs-Case4	○	○	×	○
PINNs-Case5	○	○	○	×

<PINNsの主な学習条件>

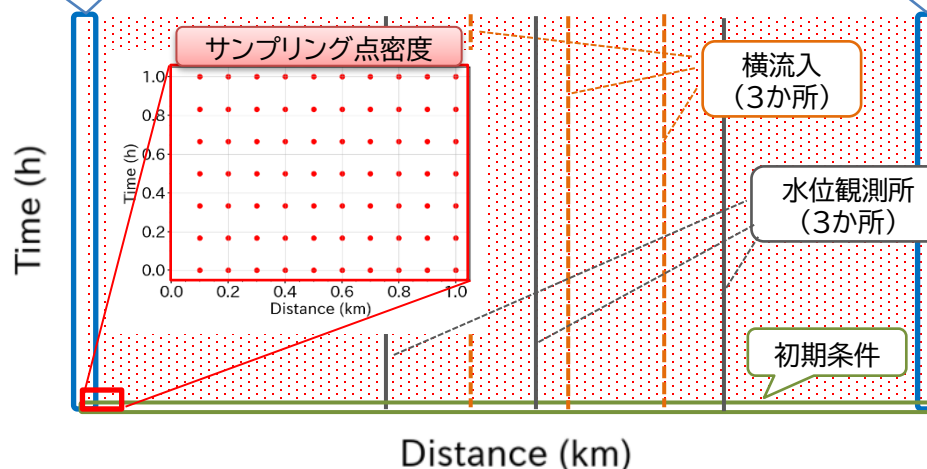
※粗度係数や横流入位置等はFDM計算と同様

項目	設定値
PDE損失計算点のサンプリング間隔	空間 (x軸) : 100m間隔 時間 (t軸) : 10分間隔
初期条件・境界条件のサンプリング間隔	同上 (※境界条件は上下流端, 初期条件は $t = 0$ のみ)
横流入箇所のPDE損失計算サンプリング間隔	空間 (x軸) : 1m間隔 (※流入地点前後50m範囲) 時間 (t軸) : 10分間隔
各損失項の重み係数	$w_f^a : 1 \times 10^4$, $w_f^b : 1 \times 10^{-1}$ (w_j は下記で共通) 流量項 : 1×10^{-3} , 水位項 : 1×10^2
DNN構成	全結合型(1024セル×4層)
Optimizer	Adam

<計算対象域とPDEサンプリング点>

下流端境界条件
(藍屋:1.4k)

上流端境界条件
(板波:36.4k)



～ 順解析に対する適用性検証 ～

結果

- PINNs-Case1において、FDM計算結果と同等の順解析結果
⇒ 逆解析等への応用に向け、**PINNsによる一般断面(横流入あり)の順解析が可能となった**
- 改良手法のいずれかが欠けると妥当な学習収束結果が得られないことも確認

H29年10月出水

H30年7月出水

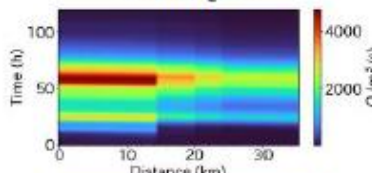
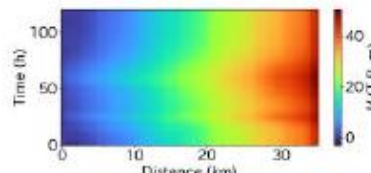
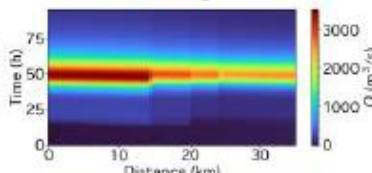
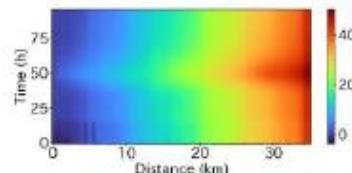
<水位H>

<流量Q>

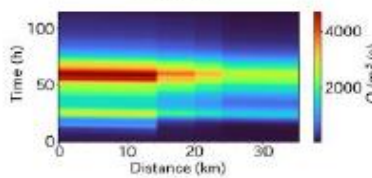
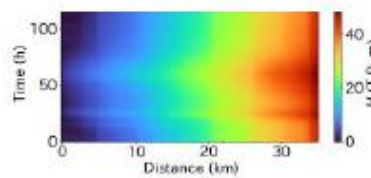
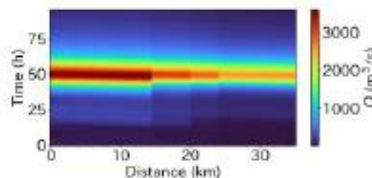
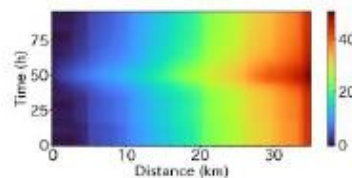
<水位H>

<流量Q>

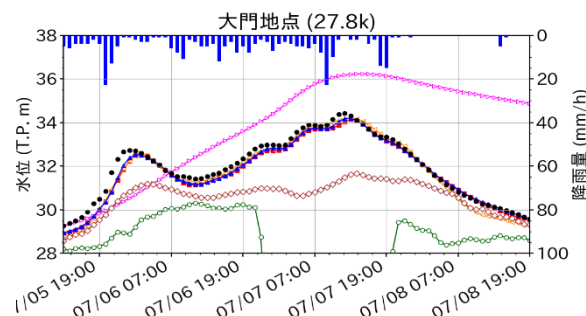
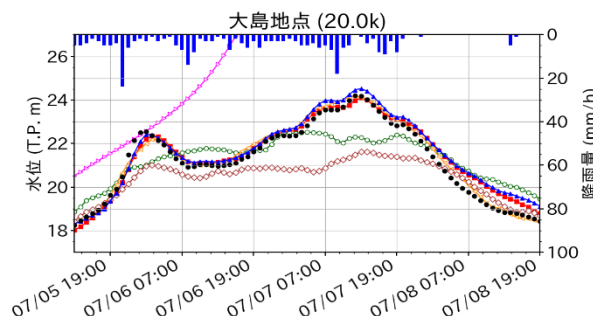
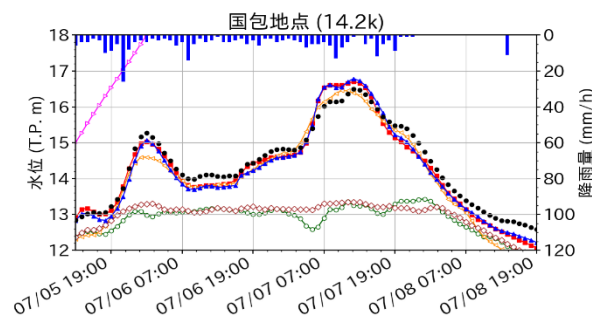
PINNs
(Case1)



FDM



<各観測地点の水位波形>



—■— PINNs-Case1 —○— PINNs-Case2 —◇— PINNs-Case3 —▽— PINNs-Case4 —◇— PINNs-Case5 —▲— 有限差分法 ● 観測水位

～ 多地点水位データ同化・逆解析に対する適用性検証 ～

各地点観測水位のデータ同化性能(区間別粗度係数の逆解析)を検証

検証ケース

Case1(双子実験)：計算水位を観測水位に見立てて逆解析(密な観測データ:理想的な設定)

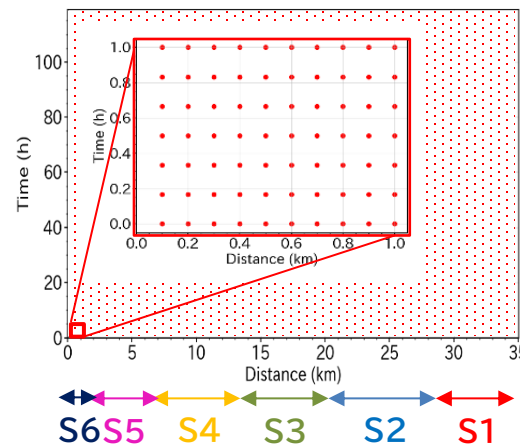
Case2：観測所水位(大門/大島/国包)から逆解析(疎な観測データ:現実的な設定)

Sec.1～Sec.6の各粗度係数が対象



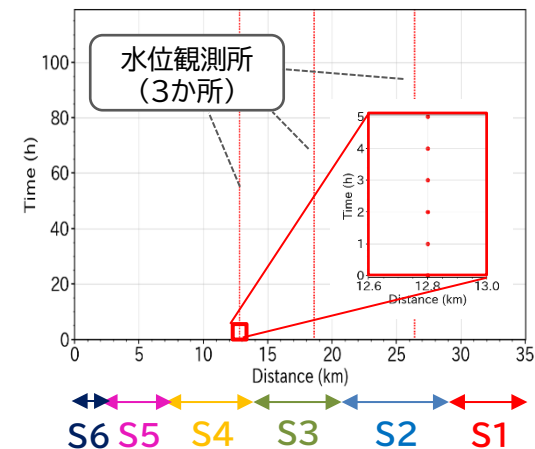
<Case1の水位参照点>

計算対象全域の
100m/10分間隔水位



<Case2の水位参照点>

水位観測地点(3か所)の
1時間間隔水位

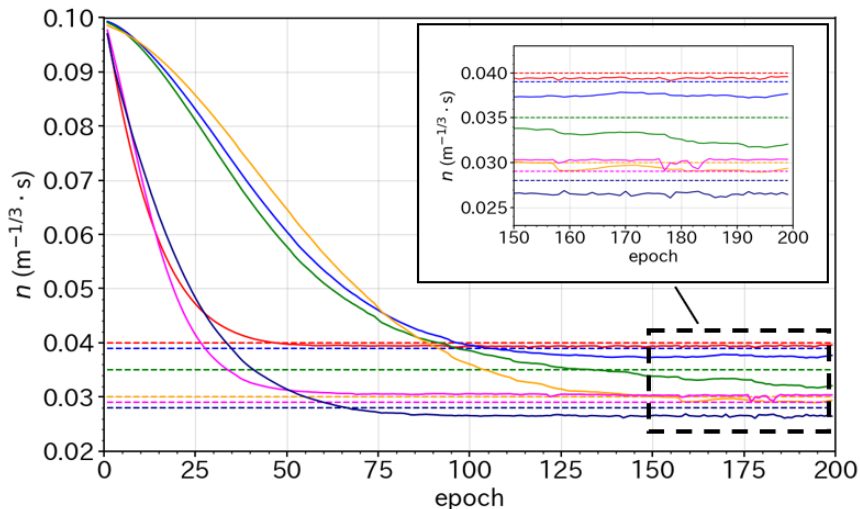


～ 多地点水位データ同化・逆解析に対する適用性検証 ～

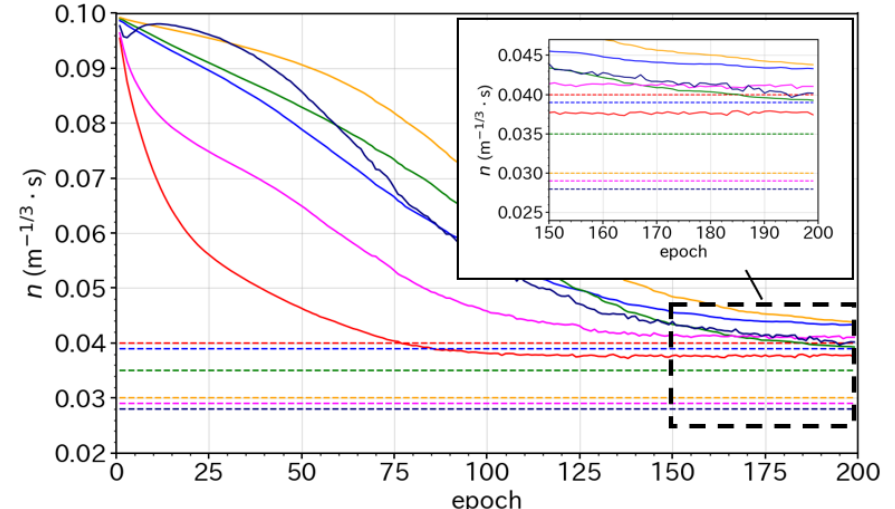
結果

- **Case1**：初期値0.1から各区间で**推定真値の近傍に収束** ($\pm 0.0 \sim 8.6\%$)
- **Case2**：データ同化対象の**観測値を含む区間(S1～S3)**では**妥当な推定** ($\pm 2.9 \sim 11.4\%$)
その他区間では、同化影響が小さいためか、S1～S3と同程度の推定値

<Case1 (理想条件:H30年7月豪雨出水)>



<Case2 (現実的な条件:H30年7月豪雨出水)>



— 推定値(S1) — 推定値(S2) — 推定値(S3) — 推定値(S4) — 推定値(S5) — 推定値(S6)
- - - 真値(S1: 0.040) - - - 真値(S2: 0.039) - - - 真値(S3: 0.035) - - - 真値(S4: 0.030) - - - 真値(S5: 0.029) - - - 真値(S6: 0.028)

<各ケースのデータ同化計算時間の比較>

対象出水 (対象期間)	Case1	Case2
H29出水 (4日間)	2時間38分	2時間47分
H30出水 (5日間)	3時間17分	3時間30分

計算時間差は総時間の5%程度
⇒同化地点数による計算時間への影響は小さい

(※Intel Xeon w3-2423 / NVIDIA RTX A4000を利用)

～ まとめ ～

- 横流入を含む一般河道断面の一次元不定流解析に適用可能なPINNsモデルを開発し、基礎的な順解析とデータ同化(逆解析)の検討を行った
- 初期化学習過程の追加等により、**有限差分法と同等のPINNs順解析が可能となった**
これにより、本問題設定でのデータ同化・逆解析への適用が可能となった
- 多地点水位データ同化に関して、**妥当な区間別粗度係数の推定が可能であった**
 - ・ 密な観測値を想定した双子実験ケース: $\pm 0.0 \sim 8.6\%$
 - ・ 疎な実観測水位ケース: $\pm 2.9 \sim 11.4\%$
- データ同化対象地点数による計算量への影響は小さく、
今後予想されるセンサー機器の拡充に対する適合性は高いと期待できる

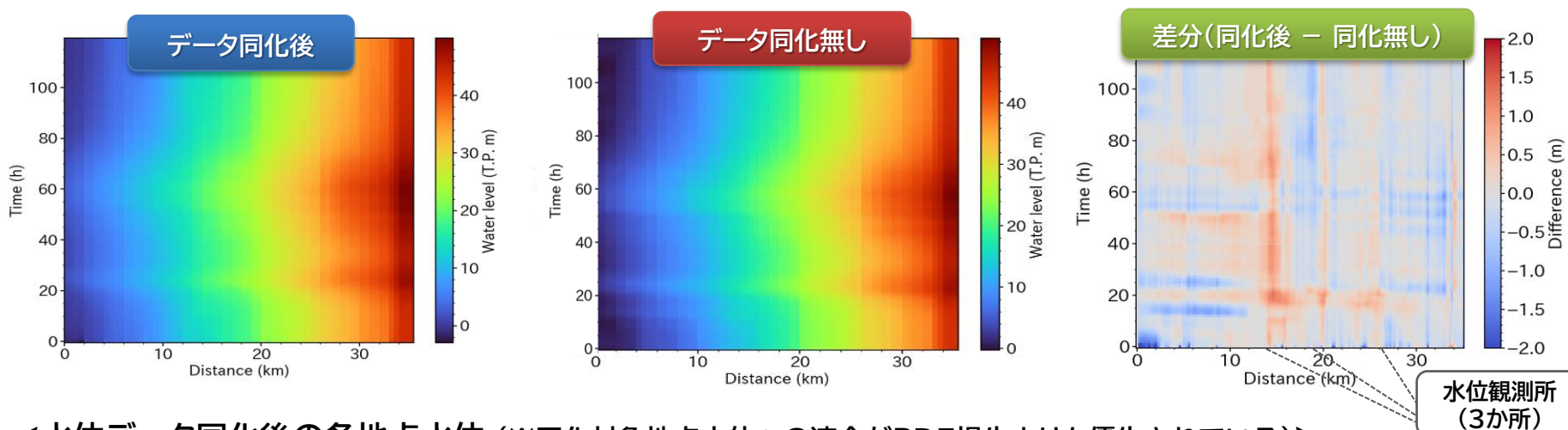
今後の課題

- ① 適切な計算分割幅の検討 (より短い期間の同化ウィンドウに対する検証)
- ② データ同化後の縦断水位修正挙動に関する検討 (PDEに対するソフト拘束条件の影響)
- ③ 境界条件(上流端流量/横流入量)誤差に対する逆解析の検討
- ④ 計算条件の事前学習による高速化の検討

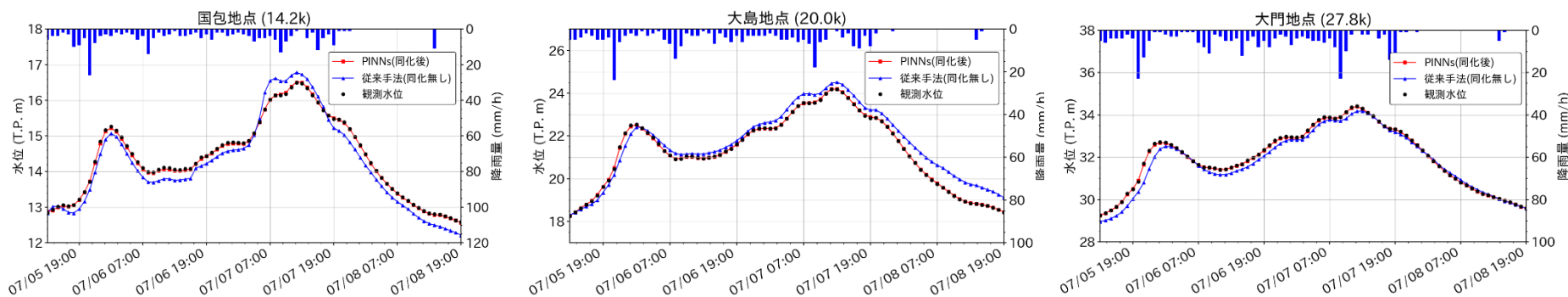
～（補足1）データ同化後のPINNs推定水位～

- データ同化後の推定縦断水位を確認（※本PINNsは物理拘束式(PDE)に関してソフト拘束条件）
 - ⇒ データ同化対象の水位観測所±100m程度の範囲で水位の修正が大きい
 - ⇒ 挙動の詳細を検証中（一部観測所のみ同化に使うケースなど）

<Case2:水位データ同化後の推定水位比較>



<水位データ同化後の各地点水位（※同化対象地点水位への適合がPDE損失よりも優先されている）>



～（補足2）各損失項の学習曲線について～

- 各損失項に対して重み係数を調整した場合も、PDE損失項より、境界条件や観測データに対する残差損失項への適合が優先して進む挙動を確認
⇒ PDE損失項に関する修正勾配計算に2階微分が必要となるため、1階微分で済む2乗誤差損失よりも修正勾配が不安定？

<各損失項の学習曲線例>

